

Calcolo del volume di un liquido posto all'interno di un serbatoio orizzontale

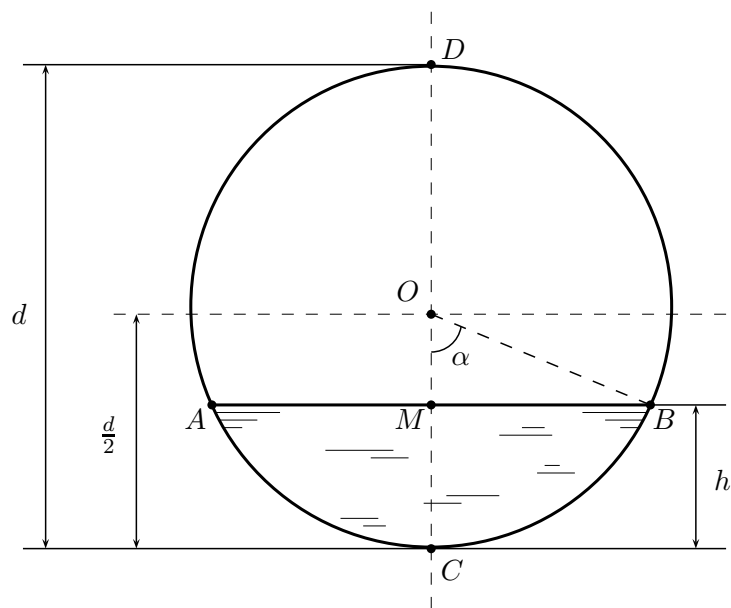
Università degli Studi di Trieste - Facoltà di Ingegneria

ANTONIO PECHIAR

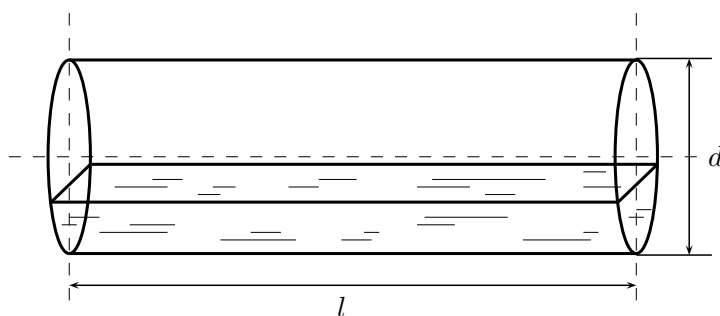
antoniopechiar@gmail.com - <http://www.pechiar.it>

Trieste, novembre 2012

Si vuole calcolare il volume del liquido contenuto all'interno di un serbatoio orizzontale (con le due facce perfettamente verticali) sapendo le dimensioni del serbatoio e rilevando la quota h del liquido rispetto il fondo del serbatoio.



Vista trasversale



Vista longitudinale

Si ha:

d è il diametro del serbatoio;

l è la lunghezza del serbatoio;

h è l'altezza del liquido dal fondo del serbatoio.

Il volume totale del serbatoio viene facilmente calcolata dalla seguente formula:

$$V_{tot} = \frac{\pi}{4} d^2 l$$

Prendendo in considerazione la sezione trasversale si ha:

$$MC = h$$

$$DM = d - h$$

$$\overline{MB} = \sqrt{h(d - h)}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{MB} = 2\sqrt{h(d - h)}$$

A questo punto si possono avere due casi per l'angolo α , il primo se il livello del liquido è inferiore alla metà del diametro del serbatoio, ed il secondo se il liquido supera la metà del diametro:

- Se $h \leq \frac{d}{2} \Rightarrow \alpha \leq 90^\circ$ si ha:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\sqrt{h(d-h)}}{\frac{d}{2}}\right) = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{h(d-h)}}{d}\right)$$

- Se $h > \frac{d}{2} \Rightarrow \alpha > 90^\circ$ si ha:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{h(d-h)}}{\frac{d}{2}}\right) + \frac{\pi}{2} = \arccos\left(\frac{2\sqrt{h(d-h)}}{d}\right) + \frac{\pi}{2}$$

Si calcola l'arco \widehat{CB} nel seguente modo:

$$\text{Arco } \widehat{CB} = \frac{d}{2} \cdot \alpha$$

Calcoliamo le due aree fondamentali, l'area \widehat{OACBO} e l'area \overline{OAMBO} come segue:

$$\begin{aligned} \text{Area } \widehat{OACBO} &= \frac{1}{2} \cdot \widehat{ACB} \cdot \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \left(2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \alpha\right) \frac{d}{2} = \frac{d^2}{4} \cdot \alpha \\ \text{Area } \overline{OAMBO} &= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \left(\frac{d}{2} - h\right) = \sqrt{h(d-h)} \cdot \left(\frac{d}{2} - h\right) \end{aligned}$$

Ora sottraendo le due aree si trova l'area che occupa il liquido nella sezione trasversale del serbatoio:

$$\text{Area } \widehat{BMACB} = \widehat{OACBO} - \overline{OAMBO} = \frac{d^2}{2} \cdot \alpha - \left(\sqrt{h(d-h)} \cdot \left(\frac{d}{2} - h\right)\right)$$

Infine basta semplicemente moltiplicare l'area \widehat{BMACB} per la lunghezza l del serbatoio e si ricava il volume totale del liquido:

$$V_{liq} = \text{Area } \widehat{BMACB} \cdot l = l \cdot \left[\frac{d^2}{2} \cdot \alpha - \left(\sqrt{h(d-h)} \cdot \left(\frac{d}{2} - h\right)\right)\right]$$